制約充足プログラミングと組合せテストを併用した離散最適化問題の求解手法とその応用

盧　　暁　南*

Discrete Optimization Solving Methods by Combining Constraint Satisfaction Programming and Combinatorial Testing and Their Applications

Xiao-Nan LU*

This research concentrates on unsatisfiable instances when encoding discrete optimization problems into Constraint Satisfaction Problems (CSPs). The primary focus is to pinpoint the causes of unsatisfiable instances and efficiently identify them using combinatorial testing. A novel combinatorial array, called Error-Tolerant Detecting Arrays (ETDA), is introduced, along with the theoretical studies on their basic properties and their relations with the well-studied Covering Arrays (CA). Moreover, the corresponding cause-identify algorithm is developed. Additionally, specific ETDAs are constructed by using SAT solvers.

１．研究背景・目的

数理最適化は現実問題を数式で表現し，制約条件を満たしつつ，コストを最小化する変数の値を求めることを目的とする．現実の問題には要素間の関係性や選択に関する離散的な制約が多く存在し，これらを扱う問題は離散最適化問題と呼ばれる．制約充足プログラミング分野において，離散制約を満たす変数割当を求める問題は制約充足問題（Constraint Satisfaction Problem；CSP）と呼ばれる．CSP は命題論理式の充足可能性判定問題（Satisfiability testing；SAT）へ変換され，高速な SAT ソルバーによって解かれる手法が，ここ数十年で SAT ソルバーの性能向上により急速に発展し，CSP に対する強力な解法として広く利用されている．

ただし，現実の問題を数理モデルに変換する際には，不適切な制約設定によって解が得られないことがある．小規模な組合せ問題を CSP としてモデル化し，それを SAT に変換した後，SAT 問題が充足不能（UNSAT と略す）となり，CSP の解が得られない場合には，“unsatisfiable core”と呼ばれる UNSAT の原因となる SAT 制約集合を求める手法が研究されている．しかし，複雑な制約を持つ大規模な離散最適化問題に対して，数理モデルの制約レベルで解釈可能な UNSAT の原因を見つける方法論が確立されておらず，従来の手法だけでは実用化が難しいと考えられる．

一方で，大規模なソフトウェアや複雑な組み込みシステムの品質を保証するためには，システムに潜在する不具合を効率的に発見し，その原因を特定する必要がある．そのために，組合せテストとよばれる方法が考案されている．組合せテストは近年，ソフトウェア工学や品質管理などの分野で盛んに研究されている．

本研究の目的は，大規模最適化問題の CSP 求解において UNSAT の原因を特定するための組合せテスト手法を確立し，そのための組合せ構造の性質や既存の組合せテスト配列との関係性を解明することである．また，組合せテストによって UNSAT の原因を特定することで，不適切な制約設定を見直しつつ，最適化問題の（近似）最適解を現実的な時間内で求める手法を模索することも目的である．本研究の背景や手法の全体像は，図１に示されている．

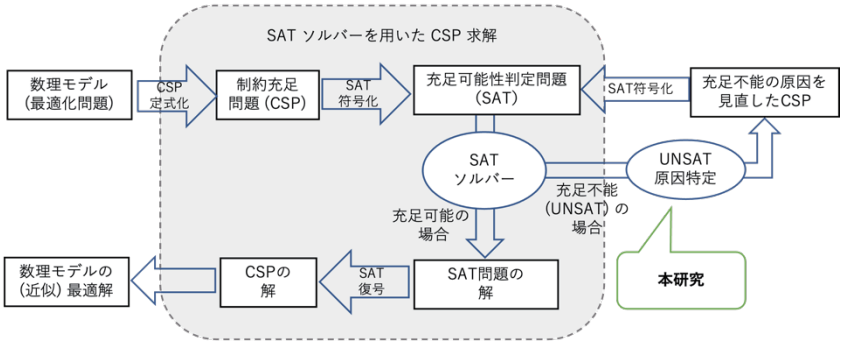

図１　本研究の背景や手法の全体像.

2024年3月1日 受理
* 豊田理研スカラー
岐阜大学工学部電気電子・情報工学科情報コース

２．提案手法と関連組合せ配列

組合せテストの分野で，被覆配列（Covering Array; CA）と呼ばれる組合せ配列が広く使われている．また，不具合の原因を特定するため，より強力な組合せ配列である Locating Array (LA)と Detecting Array (DA)が考案されている[1]．本研究において，1 回のテストが 1 回の CSP 求解に対応し，その実行には数秒から数日かかる場合がある．実行時間の変動が大きく,正確な見積もりが困難である.すべてのテストを実施してから UNSAT の原因を推定するのは現実的ではない．したがって，大規模 CSP 問題の SAT 求解では，一定時間を超えても解が得られない場合は，timeout として処理する必要がある．しかし，テスト結果に timeout を含む場合，従来の組合せテスト配列である CA，LA，DA を用いた手法が対応できないことがある．少数の欠陥や誤りがある問題に対処するために，筆者と共同研究者が誤り訂正能力を持つ LA を提案している[3]．しかしながら，誤り訂正能力を持つ LA は理論的には誤り訂正可能であるが，誤り訂正しつつ不具合の原因を検出するための効率的なアルゴリズムが存在するかが未知のままである．

本研究では，誤り耐性を持つ DA（Error Tolerant DA; ETDA)と呼ばれる組合せ配列を導入することで，先述の問題に対処している．組合せテストの被験システムは，複数のパラメータとそれぞれの水準で定義される．誤り耐性 z を持つ強さ t でテスト回数 b の ETDA を利用することで，UNSAT の原因となる集合を効率的に（複数）発見でき，また集合のサイズが t 以下であれば一意的に特定できる．小さい定数 t において検出アルゴリズムは，計算量が $O(b*k^t)$となり，多項式時間アルゴリズムである．それに加えて，ETDA の誤り耐性の限界式に関する理論的評価や，既によく研究された組合せ配列である CA との関係性が明らかにされている．その研究成果が学会で発表されている[4]．特に，CA との関係式を用いて，与えられたパラメータを持つ具体的な ETDA を構成できる．ETDA の具体例を作成するために，CA 問題の SAT 符号化に関する先行研究[2]を拡張し，ETDA に対応する CA を求める問題（CA-ETDA 問題という）を CSP に定式化し，SAT ソルバーで求解した．また，強さ t=2，誤り耐性 z=2，水準数 v=2，パラメータ数 k≦100 の CA に対応する ETDA（CA-EDTA と略す）が存在する最小の b の結果が表 1 にまとめられている．

表 1 t=2，z=2，v=2，k≦100 の CA-ETDA の最小の b

パラメータ数 k	3〜7	8〜12	13〜15	16〜66	67〜100
テスト回数 b	8	10	11	12	13

３．まとめと展望

数理最適化問題においては，不適切な制約設定により解が得られないことがある．本研究では，大規模離散最適化問題を CSP に符号化して解くアプローチに焦点を当て，UNSAT（充足不能）の原因を特定し，組合せテストを用いて UNSAT の原因を効率的に発見するため，新たに組合せ配列 ETDA の概念を導入し，その理論的評価や既存の配列 CA との関係性が得られた．また，検出アルゴリズムを考案し，初歩的な検証を行い，テスト配列の具体例を SAT ソルバーで構成することに成功した．今後の展望として，組合せテストによって検出される UNSAT の原因が一意的でない場合が多いため，その結果を検証・評価する必要がある．また，勤務表作成問題などの社会的に重要な現実問題への適用について，さらなる調査を行う予定である．これらの問題に対する提案手法の有効性を明らかにし，実践的な利用の可能性を探求していきたいと考えている．

謝辞

本研究は，公益財団法人豊田理化学研究所の豊田理研スカラー助成のご支援によって行われました．ここに深く感謝申し上げます．

REFERENCES

1) C. J. Colbourn and D. W. McClary, *J. Comb. Optim*, **15** (2008) 17-48.
2) M. Banbara, H. Matsunaka, N. Tamura and K. Inoue, *In:* C. G. Fermüller and A. Voronkov (eds), *Lecture Notes in Computer Science,* **6397** (2010) 112-126.
3) X.-N. Lu and M. Jimbo, *In: 2022 IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT)*, (2022) 1094-1099.
4) X.-N. Lu, *2023 年度応用数学合同研究集会予稿集,* **1036** (2023).