

第2回海外留学報告書

笹木宏人*

2025年7月

1 はじめに

豊田理研の海外大学院支援制度からご支援をいただいております笹木宏人と申します。2024年の9月に Washington University in St. Louis (WashU) の数学科の PhD 課程に進学しました。専門は非可換幾何という分野で、大雑把にいうと作用素環論という微分積分の延長にある解析的な道具を用いて、従来の幾何学を新しい枠組みで捉えなおそう、ということをやっています。留学開始から1年がもうすぐ経ちますので、主にこの1年の研究や生活の様子についてまとめようと思います。何か質問がありましたら直接メールをいただければと思います。

2 研究について

僕の専門は非可換幾何という分野で、従来の幾何を作用素環という道具を通してより広い視点から捉え直そう、ということをしています。まずは分野について簡単に紹介した上で、最近の研究の様子についても述べようと思っています。

作用素環というのは大まかには足し算と掛け算ができる対象^{*1}のことで、ここで掛け算は必ずしも交換法則を満たす必要はありません。つまり $a \times b = b \times a$ とは限らない、ということです。そんなことはあり得るのか、と思う方もいるかもしれませんが、例えば理系の方であれば行列が馴染み深い例だと思います。交換法則を満たすこと(より一般に何

か2つが入れ換えられること)を数学では可換、そうでない場合を非可換といい、作用素環というのはこの意味で非可換な対象です。

しかし、この定義はただ非可換でも良いと言っているだけで可換な作用素環も存在します。例えば図形があったときに、その上の(連続)関数全体を集めて通常の足し算と掛け算を考えれば可換な作用素環ができます。実は逆に可換な作用素環はこの形に限るという定理があり(Gelfand-Naimarkの定理)、したがって図形を調べることと可換な作用素環を調べることが本質的に等価となります。するとより一般に非可換な作用素環に対応する”図形”はあるのか、ということ疑問に思いますが、こういったことを調べるのが非可換幾何です。

非可換幾何では既存の幾何の概念を非可換な場合に適切に一般化したものが基本的な道具で。例えば K 群という図形の振れ方を測るような量は作用素環の場合に自然に一般化されます。最近作用素システムという作用素環より広いクラスでも K 群が定義できるという結果があり、指導教官にこのあたりで何か試してみてもと言われたのでしばらく色々と考えていたのですが、あまり上手くいきませんでした。

研究経験が多くあるわけでもないのに失敗した理由を深く考えても仕方ないのですが、強いというなら十分な知識がないのに結果を求めてしまいその結果自分でもできる初等的なアプローチにこだわりすぎたのかなと思っています。アメリカは修士課程と博士課程が繋がっているのが必要がないのですが、日本なら2年で修士論文になる結果を何か出さなければいけないので、そこに基準を合わせて焦ってしまう部分は少なからずあります。せっかく修士論文

* email: h.sasaki[at]wustl.edu

*1 細かいことを言うと足し算と掛け算ができる対象はただ“環”と呼ばれ、作用素環という時には追加で距離のような情報を持っていないといけない。

がいらないのだからゆっくり大きなことをやればよい、というアドバイスを何人かから受けたこともあり、最近では思い直してまた基本的なことから勉強を始めました。

3月には自分の大学で Poisson 幾何についての研究集会がありました。Poisson 幾何は僕から見ると隣の隣くらいの分野のように感じるのですが、organizer は僕の指導教官で、手広く色々なことをしていてすごいと思います。とはいえ僕の分野にかなり近いことをしている人も何人かいて、彼らと話せたのはよかったです。アメリカに来たきっかけの1つが研究集会で英語に自信がなさすぎて全く海外の方に話しかけられず悔しかったことなので、その1年半前の自分と比べるとかなり成長があるなと思いました。

また、研究ではないのですが同じ指導教官の下で学生をしているメンバー (英語では academic brother というらしいです) で指数定理周辺の基本的なことを勉強するセミナーを始めました。指数定理とは図形の穴の数のような幾何的な量がその図形上の微分作用素の固有値から計算できるという定理で、これを非可換化するとは非可換幾何のテーマの1つです。学部の時とは同じ研究室でも分野にばらつきがあり、それはそれで楽しかったのですが、今回のセミナーは興味の方向性がかなり近いことから始まったので、わざわざ自分の専門により近い先生を探してアメリカに来たおかげかなと思っています。

3 生活について

生活の中身自体は割と変わらず、という感じですが、気温が上がってくると気分も少し陽気になって楽しいです。ここ5年くらい花粉症がひどく春は少し憂鬱な季節だったのですが、アメリカでは全く症状が出ず久しぶりに気持ちの良い春を過ごせました。体感だとセントルイスは日照時間がかなり長く、散歩日和が続きます。近くに Forest Park という1904年のセントルイス五輪の時の土地を利用した大きな公園があり、昼間はそこで数学をすることもあります。本格的に夏が来る前に日本に一時帰国

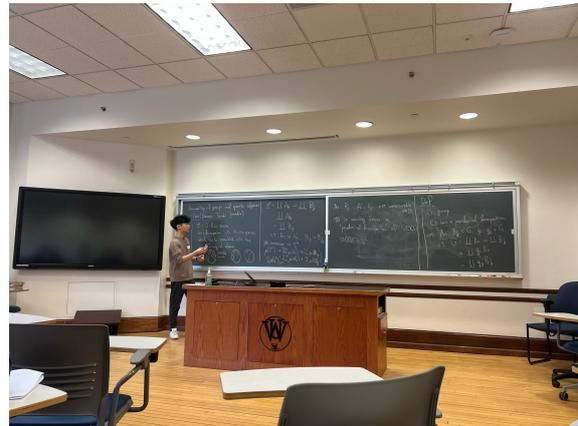


図1 内輪でセミナーをする筆者

したのでセントルイスの猛暑は未体験なのですが、天気予報を見る限り気温は同じでも湿度は日本よりかなり低いので戻っても東京よりは快適に過ごせることを期待しています。

食事面について、冬頃にメニューを考えるのが面倒になって鶏胸肉を茹でてそのまま食べるボディビルダーのような食事を続けていたのですが、さすがにしんどくなったのでどうにかしようと思いき slow cooker を導入しました。slow cooker は材料を入れてスイッチを押すと電気調理で加熱してくれる調理器具で、煮込み料理がメインですが圧力調理、蒸し調理、低温調理、炊飯など一通りのことができます。出かける前に適当に肉と野菜を入れてスイッチを押せば帰った頃には温かい料理ができていたので、料理の質は上がってかかる時間も短くなり、よい買い物でした。アメリカではかなりポピュラーなようで slow cooker を使ったレシピもたくさん転がっているのも、また色々試そうと思っています。

セントルイスのランドマークとして Gateway Arch(セントルイスの人はただ Arch と呼びます)があります。どうせいつか行くだろうと思ってしばらく放置していたのですが、春頃にシカゴから友人が来たので初めて観光しに行きました。自分の期待よりもかなり大きくて壮大な印象で、これなら友達遊びに来た時に連れて行きやすいなと思いました。Arch の面白い特徴としてはただのオブジェで



図2 slow cookerで作った pulled pork。アメリカの伝統的な BBQ 料理です。

4 終わりに

前回の報告書から大きく何か変わったわけではありませんが、変わらず楽しい留学生活を続けています。安心して研究に取り組める環境を提供してくださっている豊田理研の皆様から心から感謝を申し上げます。ありがとうございました。

はなく中にエレベーターが入っていて頂上まで登れるというところがあり、試しに登ってきたのですがかなり面白い体験でよかったです。



図3 Arch を遠くの展望台から撮った様子