ハミルトン力学に基づく 電子機械システムのための制御と設計

藤　本　健　治*

Control and design of electro-mechanical systems based on Hamiltonian systems

Fujimoto Kenji*

This paper is focused on obstacle avoidance control and trajectory tracking control of port-Hamiltonian systems with quaternions. We propose a new port-Hamiltonian model for quaternion systems which enables us to obtain several control strategies including obstacle avoidance and trajectory tracking control for them. Although partial differential equations are required to be solved in designing global nonlinear controllers in general, the proposed method does not require any differential equations in its procedure. The proposed methods are applied to an artificial satellite model to confirm their validity. Both theoretical development and numerical simulations show the effectiveness.

１．はじめに

電子機械システムをはじめ，エネルギー保存則を有するシステムは，ハミルトン力学系で表現される．本研究では，ハミルトン力学系を対象とした制御系の設計問題を扱うものである．申請者らのグループではこれまでに，様々な制御対象・様々な制御手法の開発を行ってきた．制御手法としては，通常の安定化制御・軌道追従制御・出力フィードバック制御・学習制御・パラメータチューニング等があり，制御対象としては機械システム・電気システム・非ホロノミックシステム・電子機械システムなどを扱ってきた（1）（2）．本研究ではこの制御対象のクラスを広げるためのアルゴリズムを開発した．具体的には，剛体の姿勢を表現するためのモデルであるクォータニオン・システムを対象として，ハミルトン力学系に基づく制御手法を開発した．このクォータニオンとは，通常 3 つの変数で表す剛体の姿勢を 4 つの変数を用いて表すものである．従来の 3 つの変数を用いる場合には姿勢を一意に表現できなくなる特異点が存在し，その点では制御が行えなかったが，クォータニオンを用いて 4 つの変数で姿勢を表現することで，特異点がなくなり，上記の問題点が回避できる．この方法は宇宙機や航空機および一部のロボットなどで用いられており，特に姿勢が自在に変化する宇宙機では必須のツールとなっている．本研究では宇宙機の制御問題と例題として，ハミルトン力学系に基づく制御系設計手法を開発した．

本研究ではまず，クォータニオン・システムをハミルトン力学系で表現した．この新たなモデルを出発点とすることで，従来の様々な解析・設計ツールを利用できるようになった．ただし，本来 3 つの変数で表すべき姿勢を 4 つの変数で表現することによって，変数に冗長性が生じ，制御系設計は逆に難しくなる．この理由によって，クォータニオン・システムにはこれまで簡単な制御法しか用いられてこなかった．本研究では，クォータニオン・システムとハミルトン力学系の制御を融合することで，障害物回避を実現する安定化制御や大域的な軌道追従制御など，これまでよりも高性能な制御手法を開発することが可能となった．以下ではこれらの手法について述べる．

２．ハミルトン力学系

ハミルトン力学系とは，エネルギー保存則や対称性等の物理法則を陽に表した力学系のモデルである．制御対象をこのモデルで表現することで，これらの物理法則を利用した制御が可能となる．本研究ではまず一般的な宇宙機のモデルである 6 自由度の剛体の運動を扱う．これは以下のようなモデルで表現される．

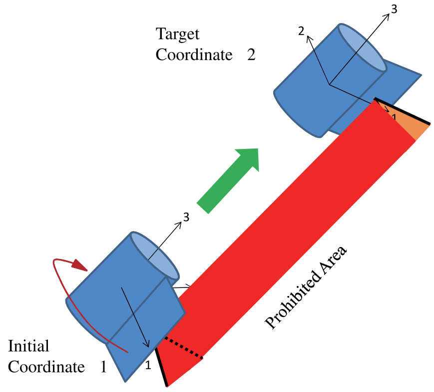

図 １．宇宙機のモデルと障害物回避

2014年4月9日 受理
* 豊田理研スカラー（京都大学大学院工学研究科航空宇宙工学）

$$\dot{r} = -\omega \times r + v$$
$$m\dot{v} + m\omega \times v = f$$

$$I\dot{\omega} + \omega \times I\omega = \rho \times f + \tau$$
$$\dot{q} = \frac{1}{2}\Omega(q)\omega$$

ここで，r は位置，v は速度，f は制御力，τ は制御トルク，q はクォータニオン，ρ は重心から力の作用点までの位置ベクトルを表す．これをポート・ハミルトン系と呼ばれるハミルトン力学モデルで表現すると以下のようになる．

$$\dot{x} = J(\Omega(q), r, v)\frac{\partial H}{\partial x} + g(\rho)u$$

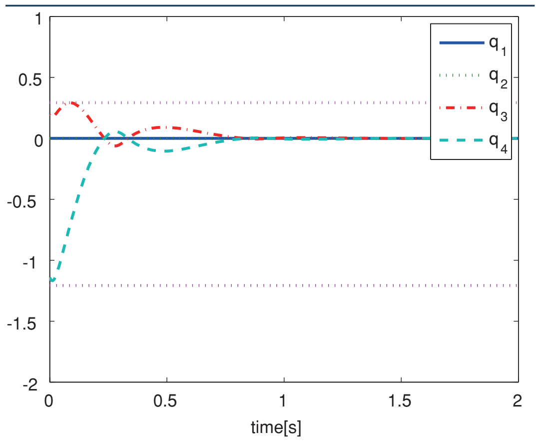

図　2．障害物回避制御

このモデルを用いることで様々な制御が可能となる．次章では，その応用例について述べる．

3．宇宙機の障害物回避および軌道追従制御

図１に，円筒型の宇宙機モデルと障害物回避の模式図を示す．図中の青い円筒形の物体は宇宙機を表し，赤い領域が障害物（禁止エリア）を表す．複数の宇宙機や宇宙ステーション等がランデブーする際には，このような近接した状態での運動と障害物回避が必要となる．

図２に実際の制御系を設計した際の回避制御の様子を示す（３）．横軸は時間，縦軸はクォータニオン変数の挙動を表し，変数 q_4 の量が約 -1.2 を下回ると障害物に接触するという問題設定である．図２の応答では，禁止領域を速やかに回避しており，提案した制御則の効果が確認できる．またこの制御によって，４つの冗長なクォータニオンがすべて速やかに安定化できている様子もわかる．

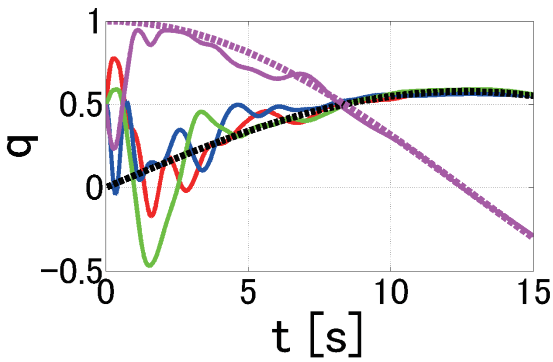

図　3．軌道追従制御

図３には，クォータニオン制御系の軌道追従制御の様子を示す（４）．横軸が時間，縦軸がクオォータニオンを表す．また点線は目標値，実線が実際のクォータニオンの挙動を表す．図からわかるように，クォータニオンの変数は，その目標値に速やかに追従しており，制御則の効果が確認できる．このような非線形制御を行うには，一般に設計毎に偏微分方程式を解く必要があるが，提案法ではクォータニオン制御系に対する偏微分方程式の解を与えており，図２や図３のような制御問題に対しては偏微分方程式を解くことなく設計が行えるようになった．

4．おわりに

本稿では，クォータニオン・システムに対するハミルトン力学系に基づく制御の手法を述べた．この研究によって，クォータニオン・システムの大域的な非線形制御を利用することができる．本手法を応用することで，宇宙機・航空機・ロボット等に対して特異点のない高精度な制御が可能となることが期待される．

REFERENCES

（1）K. Fujimoto, K. Sakurama and T. Sugie: Trajectory tracking control of port-Hamiltonian systems via generalized canonical transformations, Vol.39, pp.2059-2069, 2003

（2）K. Fujimoto, S. Sakai and T. Sugie: Passivity based control of a class of Hamiltonian systems with nonholonomic constraints, Automatica, Vol.48, pp.3054-3063, 2012

（3）竹内，藤本：クォータニオン表記されたハミルトン系の非線形制御について，第 57 回宇宙科学技術連合講演会論文集，2013

（4）西山，藤本：クォータニオン表現されたポート・ハミルトン系の軌道追従制御について，第 58 回システム制御情報学会学術講演会論文集，2014